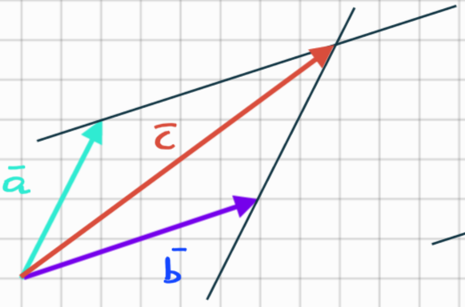
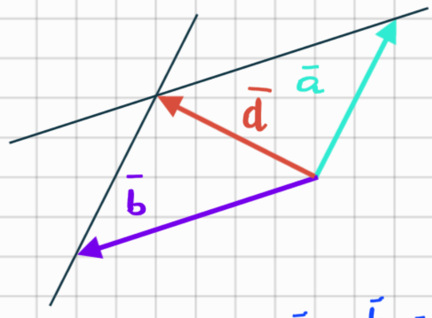
Dodawanie i odejmowanie wektorów



$\bar{a} + \bar{b} = \bar{c}$



$\bar{a} - \bar{b} = \bar{a} + (-\bar{b}) = \bar{d}$

Iloczyn wektorowy

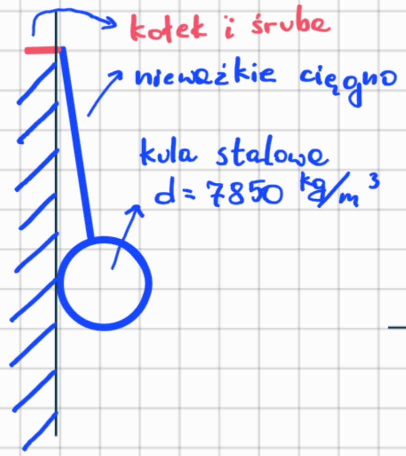
$\bar{a} \times \bar{b} \stackrel{def}{=} |a||b| \sin \sphericalangle(\bar{a}, \bar{b})$

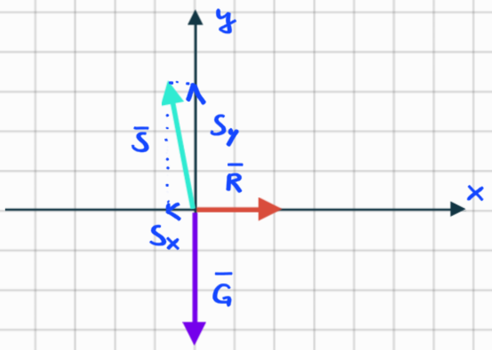
Iloczyn skalarny

$\bar{a} \cdot \bar{b} \stackrel{def}{=} |a||b| \cos \sphericalangle(\bar{a}, \bar{b})$

Babcia Brunhilda postanowie zawiesić na ścianie pamiątkę z czasów wojen napoleońskich, w których udział brali jej przodkowie. Do zamocowanie kuli na cięgnie użyjesz kołka rozporowego i śruby.

Kula jest jednorodne i stalowe o promieniu $r = 100$ mm. Oblicz z jaką siłą śruba jest wyrywana ze ściany.





$$\begin{cases} R - S_x = 0 \\ S_y - G = 0 \end{cases}$$

$S_x = R$

$G = S_y$

W układzie pojawią się siły:
- ciężkości, G, skierowane pionowo w dół
- reakcji ściany na nacisk kuli, R, pozioma, zwrot w prawo
- napięcia cięgna, S, skierowane wzdłuż cięgna

Cięgno (sznurek) pracuje na rozciąganie, co logiczne jeśli zobaczymy jak kiepsko pchać coś za pomocą sznurka.

Masa kuli:

$V = \frac{4}{3}\pi r^3 = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot (0,1)^3 \simeq 0,0042 m^3$

$d = 7850\ kg/m^3$

$m = d \cdot V \simeq 32,9\ kg$

Przyjmiemy dwa warianty długości cięgna:

$l = 10 m$ $\qquad\qquad$ $l = 0,2 m$

$$S_y = G = m \cdot g = 32,9 \text{ kg} \cdot 9,81 \ \tfrac{m}{s^2} = 322,75 \text{ N}$$

$$\cos\alpha = \frac{0,1}{10,1} = \frac{1}{101}$$

$$\alpha \simeq 89,43°$$

długie cięgno wisi niemal pionowo

$$\sqrt{S_x^2 + S_y^2} = S = \sqrt{R^2 + G^2}$$

$$\frac{S_x}{S} = \cos\alpha$$

Obliczenie dla $l = 10m$

$$\frac{S_y}{S} = \sin\alpha \qquad S = \frac{S_y}{\sin\alpha} = \frac{322,75}{0,999} \simeq 322,76 \text{ N}$$

$$S_x = S\cos\alpha = 322,76 \cdot \frac{1}{101} \simeq 3,196 \Rightarrow 3,2 \text{ N}$$

siła na wyrywanie kołka ze ściany

Obliczenie dla $l = 0,2 m$

$$\cos\alpha = \frac{0,1}{0,3} = \frac{1}{3}$$

$$\alpha = 70,5°$$

po skróceniu cięgna wzrosło jego odchylenie od kierunku pionowego

$$S = \frac{S_y}{\sin\alpha} = \frac{322,75}{\sin 70,5°} = 342,4 \text{ N}$$

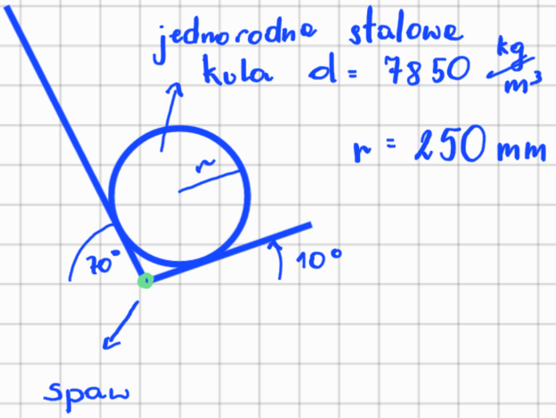
$$S_x = 342,4 \cdot \frac{1}{3} \simeq 114,3 \text{ N}$$

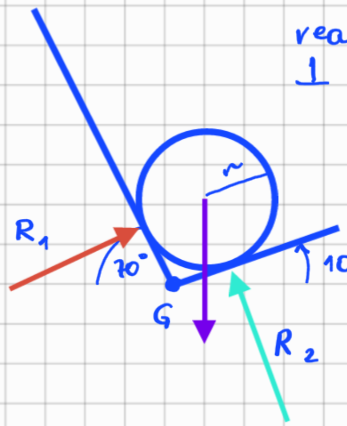
siła na wyrywanie koła ze ściany wzrosła prawie 35 razy

Jak widać zmiana długości cięgna rzutuje na zmianę składowych sił w układzie. Jesteśmy w stanie oszacować, czy proponowane przez nas rozwiązanie sprawdzi się w praktyce.

Na krótkim cięgnie mamy wyrywanie kołka ze ściany porównywalne z zawieszeniem na nim (w kierunku horyzontalnym) prawie 11 kg obciążenie.

Przedsiębiorstwo wyrabiające metalowe kule ma problem z równią po której przetaczane są kule. Równia ma kształt zjeżdżalni zespawanej z dwóch blach połączonych w oznaczonym miejscu. Co poradzisz inżynierze?

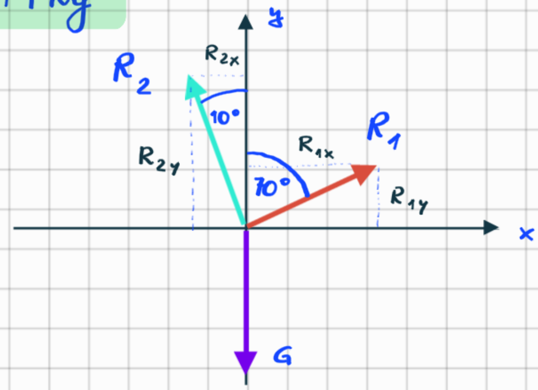




reakcje R_1 i R_2 są $\perp$ do powierzchni

masa kuli:

$$m = d \cdot V = 7850 \frac{kg}{m^3} \cdot \frac{4}{3}\pi \cdot (0{,}25)^3 \simeq \boxed{514\ kg}$$



$$\begin{cases} R_{1y} + R_{2y} - G = 0 \\ R_{1x} - R_{2x} = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} R_1 \sin 20° + R_2 \cos 10° - m \cdot g = 0 \\ R_1 \cos 20° = R_2 \sin 10° \end{cases}$$

$$G = m \cdot g = 514 \cdot 9{,}81$$

$$G = 5040\ N$$

$$R_1 = \frac{R_2 \sin 10°}{\cos 20°}$$

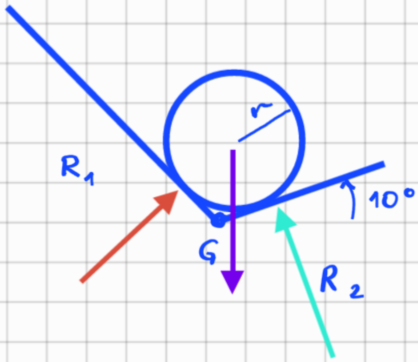
$$\frac{R_2 \sin 10° \sin 20°}{\cos 20°} + R_2 \cos 10° = 5040\ N$$

$$R_2 \cdot 0{,}0632 + R_2 \cdot 0{,}985 = 5040$$

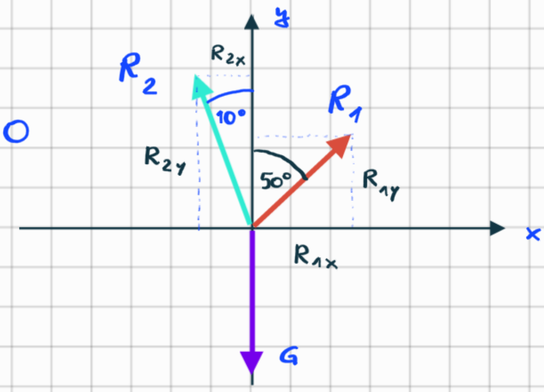
$$R_2 = \frac{5040}{1{,}0482} \simeq 4808\ N \qquad R_1 \simeq 888\ N$$

$$M = F \cdot r = 4808 \cdot 0{,}25 \simeq 1202\ Nm$$

Zalecamy zmianę konstrukcji - zwiększamy kąt rozwarcia boków równi aktualnie jest to $100° \rightarrow 120°$



$$\begin{cases} R_{1x} - R_{2x} = 0 \Rightarrow R_1 \sin 50° = R_2 \sin 10° \\ R_{1y} + R_{2y} - G = 0 \Rightarrow R_1 \cos 50° + R_2 \cos 10° - G = 0 \end{cases}$$



$$R_1 = \frac{R_2 \sin 10°}{\sin 50°}$$

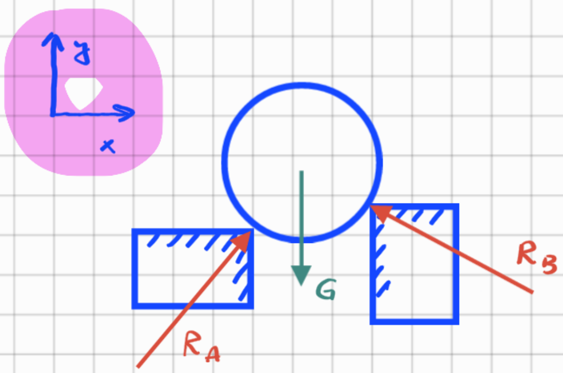
$$\frac{R_2 \sin 10° \cos 50°}{\sin 50°} + R_2 \cos 10° = 5040$$

$$0{,}146 R_2 + 0{,}985 R_2 = 5040$$

$$R_2 \simeq 4456 \text{ N}$$

$$R_1 \simeq 1010 \text{ N}$$

Pomiędzy dwa nieruchome bloki wpuszczono jednorodną kulę - wyznacz siły reakcji. Pomiń tarcie.



- Twierdzenie o 3 siłach nierównoległych

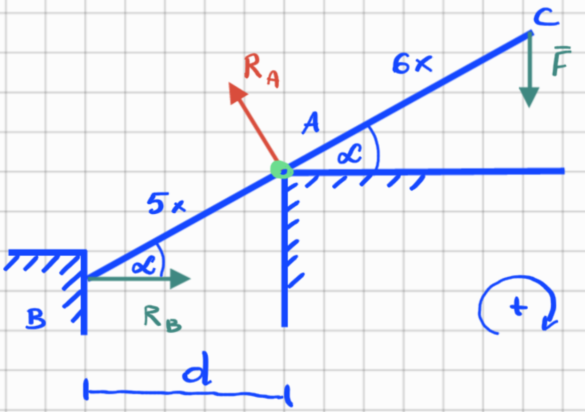
- $|R_A| > |R_B|$

$\Sigma F_{ix} = 0$

$\Sigma F_{iy} = 0$

RÓWNANIA RÓWNOWAGI

Jednorodna belka $\overline{BC}$ oparta o punkt A dzieli się w stosunku 5 : 6. Z jaką siłą należy ciągnąć belkę w dół w punkcie C, aby układ pozostał w równowadze. Tarcie pomijamy.

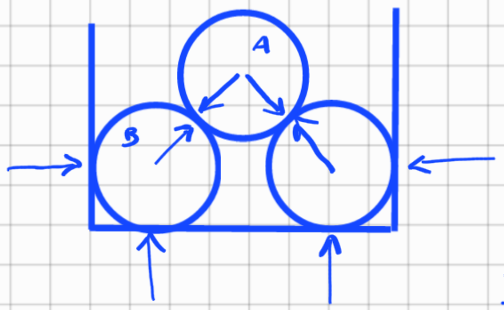


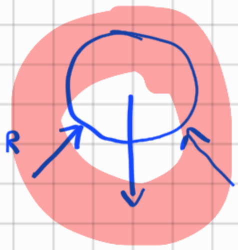
$$\alpha = 30^\circ$$

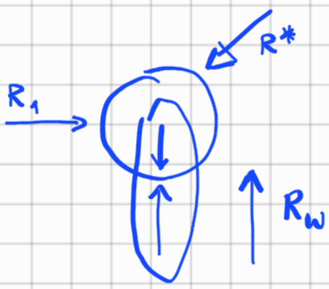
$$\Sigma F_{ix}: \quad R_B - R_{Ax} = 0$$

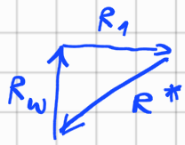
$$\Sigma F_{iy}: \quad -F + R_{Ay} = 0$$

$$\Sigma M_i^A: \quad F \cdot 6x \cos\alpha - R_B\, 5x \sin\alpha = 0$$

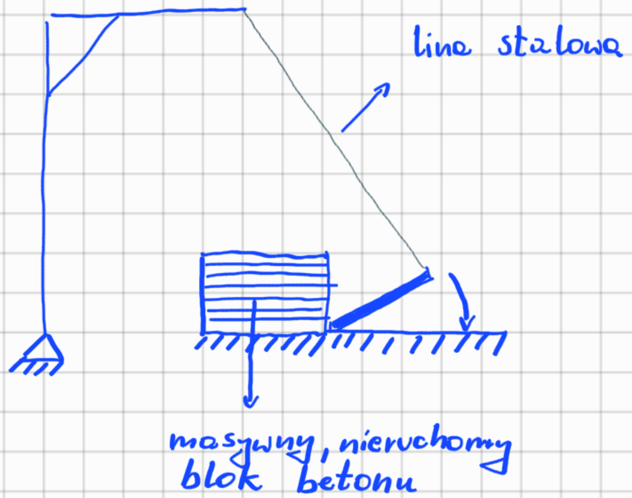


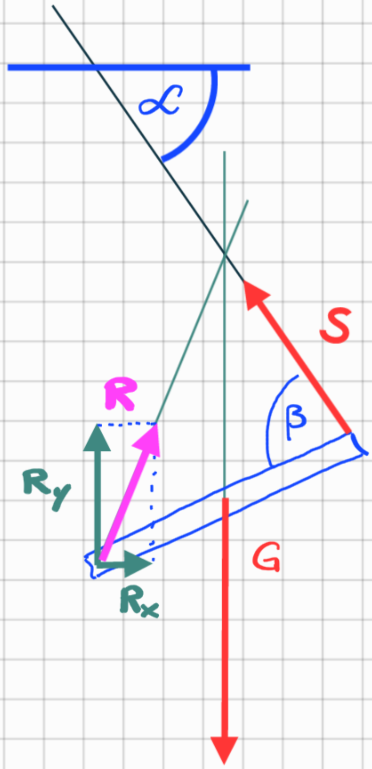






Dźwig budowlany podnosi betonowy słup. Wyznaczmy siły reakcji. Pomińmy tarcie.





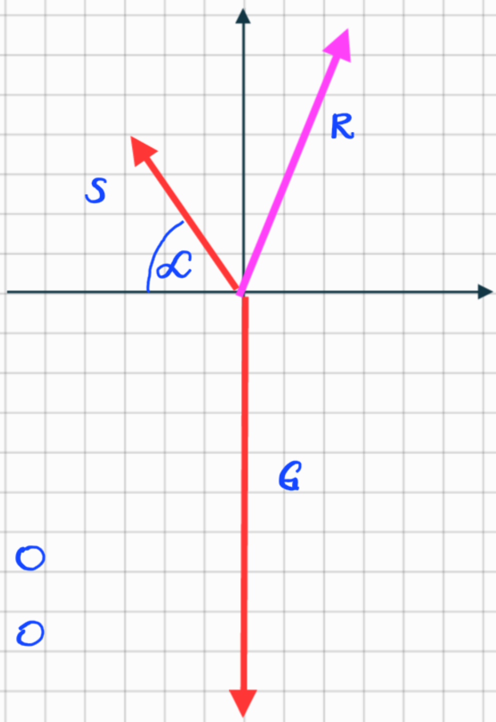
- Twierdzenie o 3 siłach nierównoległych
- oswobodziliśmy ciało z więzów i wprowadziliśmy reakcje
-

Rozwiązanie graficzne:

- trójkąt sił zamknięty, $\bar{W} = 0$

siła wypadkowa układu

Rozwiązanie analityczne:



$$\sum F_{ix} = 0$$

$$\sum F_{iy} = 0$$

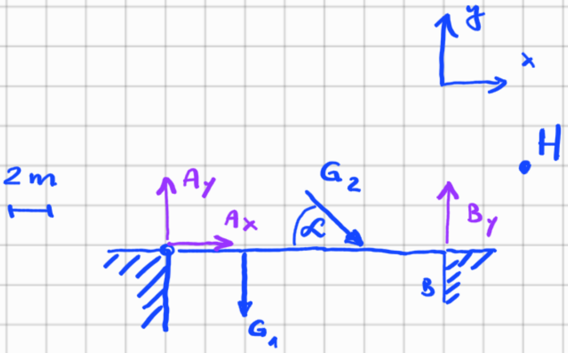
$$\begin{cases} -S_x + R_x = 0 \\ S_y + R_y - G = 0 \end{cases}$$

Na zwodzony most z podporami w punktach A i B działają siły G_1 i G_2. Wyznacz reakcje w podporach. A - stała, B - przesuwne. Tarcie pomijamy.

$G_1 = 7000$ N

$G_2 = 8000$ N

$\alpha = 45°$



$$\sum_{i=1}^{n} F_{ix} = 0$$

$$\sum_{i=1}^{n} F_{iy} = 0$$

$$\sum_{i=1}^{n} M_i^o = 0$$

$$\sum M^H = 0$$

$\Sigma F_x = 0 \qquad A_x + G_2 \cos\alpha = 0$

$\Sigma F_y = 0 \qquad A_y - G_1 - G_2 \sin\alpha + B_y = 0$

$\Sigma M^A = 0 \qquad G_1 \cdot 4m + G_2 \sin\alpha \cdot 10m - B_y \cdot 14m = 0 \;/ :m$

$$B_y = \frac{4G_1 + 10G_2 \frac{\sqrt{2}}{2}}{14}$$

$$B_y = \frac{28000 + 40000\sqrt{2}}{14} \simeq 6041\,N$$

$$A_y = G_1 + G_2 \sin\alpha - B_y \simeq 6616\,N$$

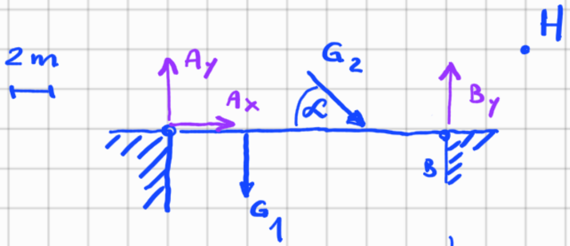
$$A_x \simeq -5657\,N$$

SPRAWDZENIE REAKCJI

$/m$

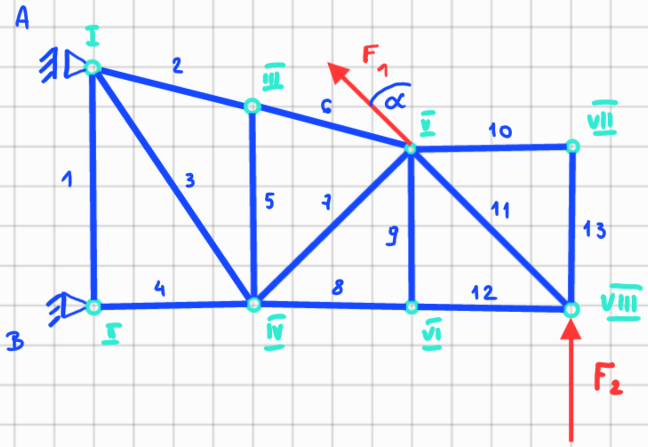
$\Sigma M^H: -B_y \cdot 4m + G_2 \sin\alpha \cdot 8m + G_1 \cdot 14m - A_y \cdot 18m + A_x \cdot 4m + G_2 \cos\alpha \cdot 4m = 0$

$$-4B_y + 4\sqrt{2}\,G_2 + 14G_1 - 18A_y + 4A_x + 2\sqrt{2}\,G_2 \simeq 0$$



$$-4 \cdot 6041 + 32000\sqrt{2} + 98000 - 18 \cdot 6616 + 4 \cdot (-5657) + 16000\sqrt{2} \simeq 0$$

$$2{,}25 \simeq 0 \quad \checkmark$$



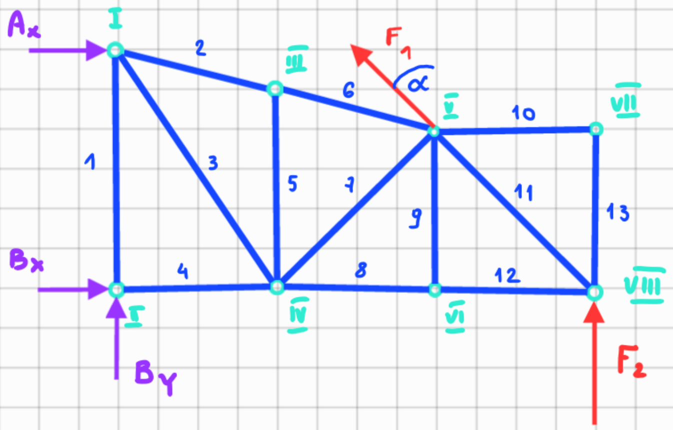
a

$F_1 = 50\sqrt{2}$ kN

$F_2 = 40$ kN

$\alpha = 45°$

1. Uwalniamy kratownicę z więzów



$$\Sigma M^A: -B_x \cdot 6a - 3a\sqrt{2} \cdot F_1 - 12a F_2 = 0$$

$$B_x = \frac{-300-480}{6} = \frac{-780}{6} = -130 \text{ kN}$$

$$\Sigma F_x = 0 \qquad A_x + B_x - F_1 \frac{\sqrt{2}}{2} = 0$$

$$\Sigma F_y = 0 \qquad B_y + F_1 \frac{\sqrt{2}}{2} + F_2 = 0$$

$$\Sigma M^B = 0 \qquad A_x \cdot 6a - F_1 \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot 8a - F_1 \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot 4a - F_2 \cdot 12a = 0 \; / :a$$

$$B_y = -F_2 - F_1 \frac{\sqrt{2}}{2} = -40 - 50\sqrt{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = -90 \text{ kN}$$

$$A_x = \frac{F_1 \cdot 4\sqrt{2} + F_1 2\sqrt{2} + 12 F_2}{6} = \frac{400 + 200 + 480}{6} = 180 \text{ kN}$$

$$B_x = F_1 \frac{\sqrt{2}}{2} - A_x = 50 - 180 = -130 \text{ kN}$$

ZAWSZE, ALE TO ZAWSZE, SPRAWDŹ REAKCJE

$$\Sigma M^{IV}: A_x a - B_x \cdot 5a + B_y \cdot 4a - F_2 \cdot 8a - F_1 \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot 4a + F_1 \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot a = 0 \; / :a$$

$$180 + 650 - 360 - 320 - 200 + 50 = 0$$

$$L = P$$ OK ✓

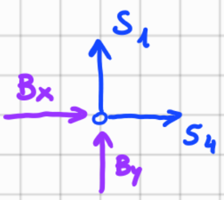
$p = 2w - r$

$13 = 2 \cdot 8 - 3$ KRATOWNICA JEST STATYCZNIE WYZNACZALNA
możemy wyznaczyć siły wewnętrzne w prętach

METODA WYDZIELANIA WĘZŁÓW

1. Wydzielamy węzeł
2. Zastępujemy pręty wychodzące z węzła siłami - siły te zawsze wychodzą z węzła - jeśli zgodnie z tą konwencją siła będzie dodatnia to pręt przez nią reprezentowany jest rozciągany, jeśli będzie ujemna - ściskany
3. Uwzględniamy wszystkie inne siły zewnętrzne: czynne - obciążenie, bierne - reakcje

WĘZEŁ II



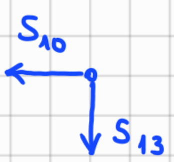
$\Sigma F_x: \quad S_4 + B_x = 0$

$\Sigma F_y: \quad S_1 + B_y = 0$

$S_4 = -B_x = 130\,kN$ Pręt 4 jest rozciągany.

$S_1 = -B_y = 90\,kN$ Pręt 1 jest rozciągany.

WĘZEŁ VII

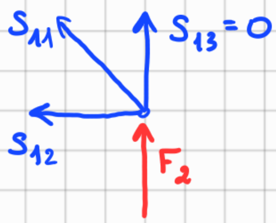


$\Sigma F_x: \quad S_{10} = 0$ Pręt 10

$\Sigma F_y: \quad S_{13} = 0$ Pręt 13

to pręty zerowe.

WĘZEŁ VIII



$S_{11}\frac{\sqrt{2}}{2} + S_{13} + F_2 = 0$

$S_{11} = -F_2\sqrt{2} = -40\sqrt{2}\,kN$ Pręt 11 jest ściskany

$-S_{12} - S_{11}\frac{\sqrt{2}}{2} = 0$

$S_{12} = -S_{11}\frac{\sqrt{2}}{2} = 40\,kN$ Pręt 12 jest rozciągany.

WĘZEŁ VI

$$-S_8 + S_{12} = 0$$

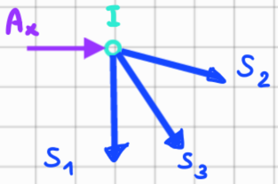
$$S_8 = S_{12} = 40kN$$

Pręt 8 jest rozciągany.

$$S_9 = 0$$

Pręt 9 to pręt zerowy.

WĘZEŁ I



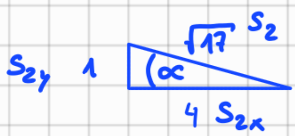
$$S_{2x} + S_{3x} + A_x = 0$$

$$-S_1 - S_{3y} - S_{2y} = 0$$

$$\frac{4S_2}{\sqrt{17}} + \frac{4S_3}{\sqrt{52}} + 180 = 0$$

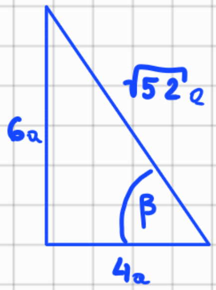
$$-90 - \frac{6S_3}{\sqrt{52}} - \frac{S_2}{\sqrt{17}} = 0$$

$$S_2 = \left(-90 - \frac{6S_3}{\sqrt{52}}\right)\sqrt{17}$$



$$\sin\alpha = \frac{1}{\sqrt{17}}$$

$$\cos\alpha = \frac{4}{\sqrt{17}}$$



$$\sin\beta = \frac{6}{\sqrt{52}}$$

$$\cos\beta = \frac{4}{\sqrt{52}}$$

$$4\left(-90 - \frac{6S_3}{\sqrt{52}}\right) + \frac{4S_3}{\sqrt{52}} + 180 = 0$$

$$-360 - \frac{24S_3}{\sqrt{52}} + \frac{4S_3}{\sqrt{52}} + 180 = 0$$

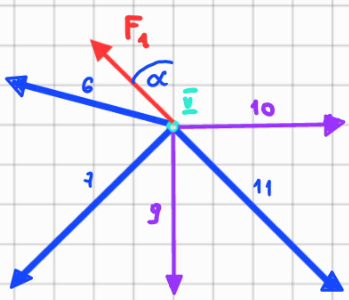
$$-\frac{20S_3}{\sqrt{52}} = 180$$

$$S_3 = -\frac{180\sqrt{52}}{20} = -9\sqrt{52} = -18\sqrt{13}\ kN \simeq -64,9\ kN$$

$$S_2 = \left(-90 - \frac{6\cdot(-9\sqrt{52})}{\sqrt{52}}\right)\sqrt{17} = (-90+54)\sqrt{17} = -36\sqrt{17} \simeq -148,43\ kN$$

Pręt 2 i pręt 3 są ściskane.

WĘZEŁ V



$$\Sigma F_x:\ \underset{=0}{S_{10}} + S_{11}\frac{\sqrt{2}}{2} - S_7\frac{\sqrt{2}}{2} - S_6\frac{4}{\sqrt{17}} - F_1\frac{\sqrt{2}}{2} = 0$$

$$\Sigma F_y:\ F_1\frac{\sqrt{2}}{2} + S_6\frac{1}{\sqrt{17}} - S_7\frac{\sqrt{2}}{2} - \underset{=0}{S_9} - S_{11}\frac{\sqrt{2}}{2} = 0$$

$$S_{11} = -40\sqrt{2}$$

Pręty 9 i 10 są zerowe a pręt 11 już obliczono: $S_{11} = -40\sqrt{2}$ kN
zatem mamy nieznane S_6 i S_7.
Ponieważ S_6 leży na tej samej linii co S_2 a $S_5 = 0$, to sprawdźmy, czy $S_6 = -36\sqrt{17}$ kN.

$$\begin{cases} S_{11}\frac{\sqrt{2}}{2} - S_7\frac{\sqrt{2}}{2} - S_6\frac{4}{\sqrt{17}} - F_1\frac{\sqrt{2}}{2} = 0 \\ F_1\frac{\sqrt{2}}{2} + S_6\frac{1}{\sqrt{17}} - S_7\frac{\sqrt{2}}{2} - S_{11}\frac{\sqrt{2}}{2} = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -40\sqrt{2}\cdot\frac{\sqrt{2}}{2} - S_7\frac{\sqrt{2}}{2} - S_6\frac{4}{\sqrt{17}} - 50\sqrt{2}\frac{\sqrt{2}}{2} = 0 \\ 50\sqrt{2}\frac{\sqrt{2}}{2} + S_6\frac{1}{\sqrt{17}} - S_7\frac{\sqrt{2}}{2} + 40\sqrt{2}\frac{\sqrt{2}}{2} = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -90 - S_6\frac{4}{\sqrt{17}} = S_7\frac{\sqrt{2}}{2} \\ 90 + S_6\frac{1}{\sqrt{17}} = S_7\frac{\sqrt{2}}{2} \end{cases}$$

$$-90 - S_6\frac{4}{\sqrt{17}} = 90 + S_6\frac{1}{\sqrt{17}}$$

$$-S_6\frac{5}{\sqrt{17}} = 180$$

$$S_6 = -\frac{\sqrt{17}}{5}\cdot 180$$

$$\boxed{S_6 = -36\sqrt{17} \simeq -148{,}43 \text{ kN}}$$

Pręt 6 jest ściskany.

$$S_7\frac{\sqrt{2}}{2} = 90 + \frac{S_6}{\sqrt{17}}$$

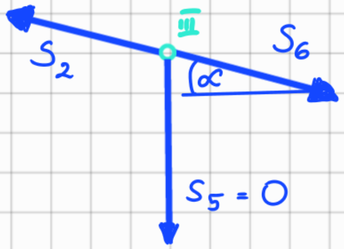
$$S_7\frac{\sqrt{2}}{2} = 90 - \frac{36\sqrt{17}}{\sqrt{17}}$$

$$S_7 = 54\sqrt{2} \text{ kN}$$

Pręt 7 jest rozciągany.

WĘZEŁ III

Pręt 5 to pręt zerowy.



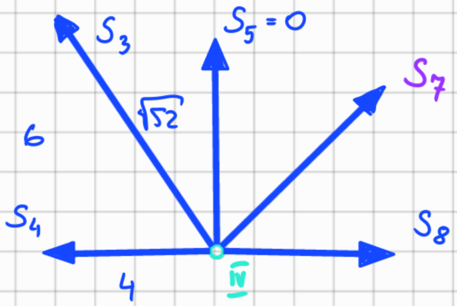
$$-S_2\cos\alpha + S_6\cos\alpha = 0$$

$$S_2\sin\alpha - S_6\sin\alpha = 0$$

$$S_2 = S_6 = -36\sqrt{17} \simeq -148{,}43 \text{ kN}$$

Pręt 2 jest ściskany

WĘZEŁ IV



$S_4 = 130$ kN

$S_8 = 40$ kN

$S_3 = -18\sqrt{13} \simeq -64{,}9$ kN

① $\Sigma F_x: \; -S_4 - S_3 \frac{2}{\sqrt{13}} + S_7 \frac{\sqrt{2}}{2} + S_8 = 0$

② $\Sigma F_y: \; S_3 \frac{3}{\sqrt{13}} + S_7 \frac{\sqrt{2}}{2} = 0$

① $-130 + 18\sqrt{13} \cdot \frac{2}{\sqrt{13}} + 40 = -S_7 \frac{\sqrt{2}}{2}$

② $S_7 \frac{\sqrt{2}}{2} = 18\sqrt{13} \cdot \frac{3}{\sqrt{13}}$

① $-90 + 36 = -S_7 \frac{\sqrt{2}}{2}$

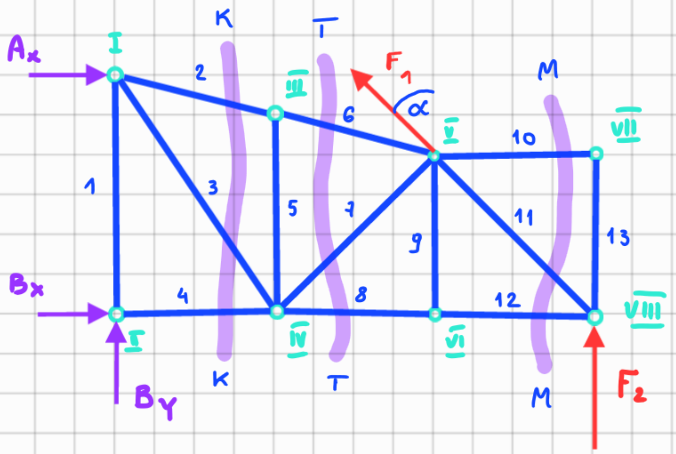
$S_7 = 54\sqrt{2}$ kN

② $S_7 = 54\sqrt{2}$ kN

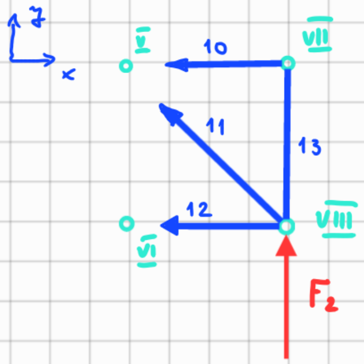
Metoda wydzielania węzłów - MINI PODSUMOWANIE

- duża liczba prostych równań -> łatwo o pomyłkę
- obliczenie sekwencyjne -> łatwo o propagację błędu
- obliczenie zaczynamy zwykle na obrzeżach kratownicy -> trzeba wielu obliczeń aby dotrzeć do prętów „z środka" konstrukcji

METODA RITTERA



PRZEKRÓJ M-M



$$\Sigma F_y: \quad F_2 + S_{11}\frac{\sqrt{2}}{2} = 0$$

$$S_{11} = -F_2\sqrt{2} = -40\sqrt{2}\ kN$$

Pręt 11 jest ściskany.

$$\Sigma M^{VIII}: \quad -S_{10}\cdot 4a = 0$$

$$S_{10} = 0$$ Pręt 10 to pręt zerowy.

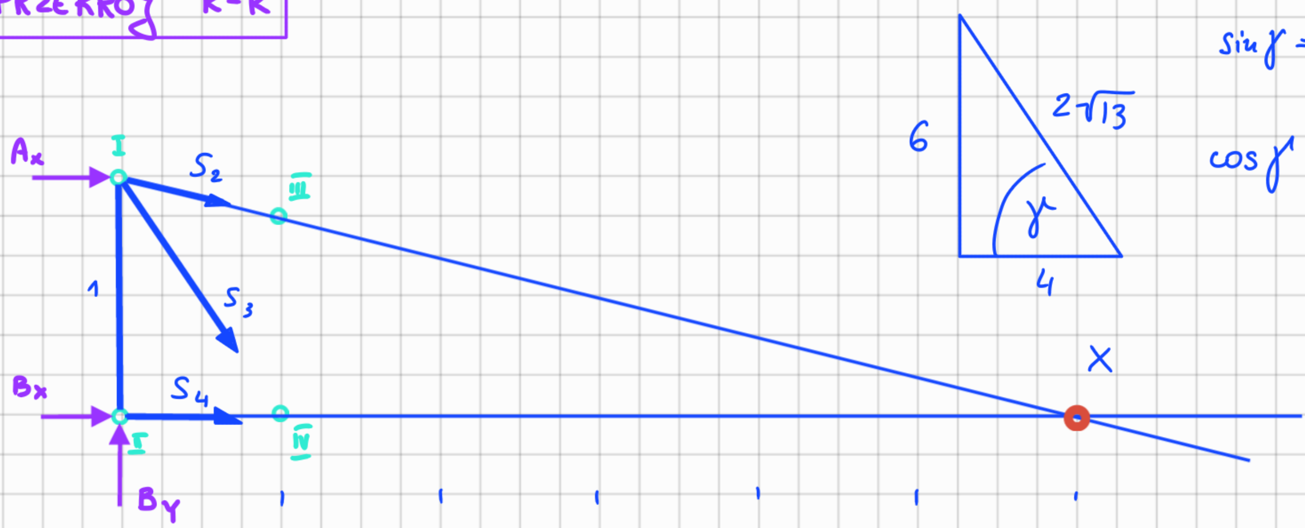
$$\Sigma M^{VII}: \quad S_{12}\cdot 4a + S_{11}\frac{\sqrt{2}}{2}\cdot 4a = 0$$

$$\Sigma M^{V}: \quad S_{12}\cdot 4a - F_2\cdot 4a = 0$$

$$S_{12} = F_2 = 40\ kN$$

$$S_{12} = -S_{11}\frac{\sqrt{2}}{2} = 40\sqrt{2}\cdot\frac{\sqrt{2}}{2} = 40\ kN$$

PRZEKRÓJ K-K



$$\sin\gamma = \frac{3}{\sqrt{13}}$$

$$\cos\gamma = \frac{2}{\sqrt{13}}$$

$$\Sigma M^{I}: \quad -S_4\cdot 6a - B_x\cdot 6a = 0$$

$$S_4 = -B_x = 130\ kN$$ Pręt 4 jest rozciągany.

$$\Sigma M^{IV}: \quad A_x\cdot 6a + S_2\frac{4}{\sqrt{17}}\cdot 6a - S_2\frac{1}{\sqrt{17}}\cdot 4a + B_y\cdot 4a = 0 \quad /:a$$

$$180\cdot 6 + S_2\frac{20}{\sqrt{17}} + (-90)\cdot 4 = 0$$

$$1080 + S_2\frac{20}{\sqrt{17}} - 360 = 0$$

$$S_2 = -\frac{\sqrt{17}}{20}\cdot 720$$

$$S_2 = -36\sqrt{17} \simeq -148{,}43\ kN$$ Pręt 2 jest ściskany.

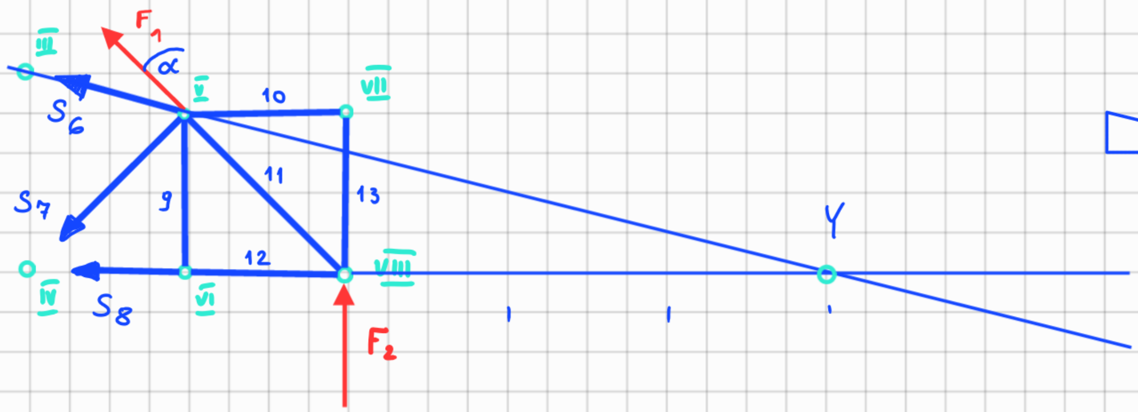
$$\Sigma M^{X}: A_x \cdot 6a + B_y \cdot 24a - S_3 \frac{3}{\sqrt{13}} \cdot 24a + S_3 \frac{2}{\sqrt{13}} \cdot 6a = 0 \quad / : 6a$$

$$A_x + 4B_y - S_3 \frac{12}{\sqrt{13}} + S_3 \frac{2}{\sqrt{13}} = 0$$

$$180 - (90 \cdot 4) = S_3 \frac{10}{\sqrt{13}}$$

$$S_3 = -180 \frac{\sqrt{13}}{10} = -18\sqrt{13} \simeq -64{,}9 \text{ kN}$$

PRZEKRÓJ T-T



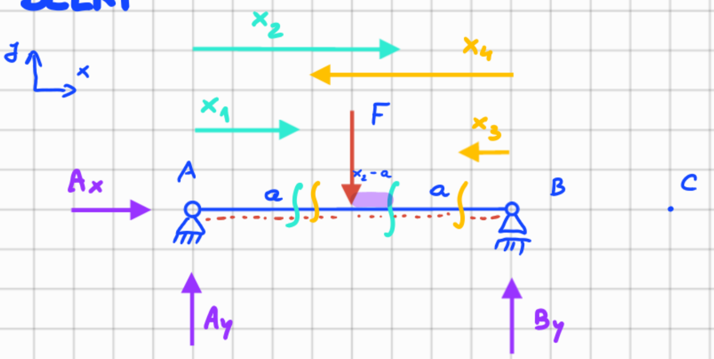
$$\Sigma M^{V}: S_8 \cdot 4a - F_2 \cdot 4a = 0 \quad | : 4a$$

$$S_8 = F_2 = 40 \text{ kN}$$ Pręt 8 jest rozciągany.

$$\Sigma M^{IV}: -F_2 \cdot 8a - F_1 \cdot 4\sqrt{2}a - S_6 \frac{4}{\sqrt{17}} \cdot 4a - S_6 \frac{1}{\sqrt{17}} \cdot 4a = 0$$

$$\Sigma M^{Y}: F_2 \cdot 12a + F_1 \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot 16a - F_1 \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot 4a - S_7 \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot 16a - S_7 \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot 4a = 0$$

BELKI



$F = 6qa$

$q\left[\frac{N}{m}\right]$

$a\,[m]$

0. Sprawdzenie statycznej wyznaczalności $3n - r = 0$ ✓
1. Uwolnienie z więzów i wstawienie reakcji ✓
2. Ustalenie przedziałów - 2 przedziały ✓
3. Równania M_g, T, N w ramach przedziałów ✓
4. Ustalenie wartości M_g, T i N w granicach przedziałów ✓
5. Naszkicowanie wykresów M_g, T i N

$\Sigma F_x:\ A_x = 0$

$\Sigma F_y:\ A_y - F + B_y = 0 \qquad A_y = F - B_y = 3qa$

$\Sigma M^A:\ F\cdot a - B_y \cdot 2a = 0 \qquad B_y = \frac{F}{2} = 3qa$

$\Sigma M^C:\ A_y \cdot 3a - F\cdot 2a + B_y \cdot a = 0 \ \Big|:a$

$9qa - 12qa + 3qa = 0$ OK!

Przedział I od lewej

$Mg^I:\ A_y \cdot x_1$

$T^I:\ A_y = 3qa$

$\boxed{Mg^I(x_1 = 0) = 0}$

$Mg^I(x_1 = a) = 3qa^2$

na krańcach belki nieobciążonej momentami skupionymi i/lub momentami utwierdzenia moment gnący jest zerowy

Przedział II od lewej

$Mg^{II}:\ A_y \cdot x_2 - F(x_2 - a)$

$T^{II}:\ A_y - F = -3qa$

siła F działa od punktu przyłożenia zatem jej ramię jest krótsze o długość pierwszego przedziału

$$M_g^{II}(x_2 = a) = A_y \cdot a = 3qa^2$$

$$M_g^{II}(x_2 = 2a) = A_y \cdot 2a - F(2a - a) = 6qa^2 - 6qa^2 = 0$$

Przedział $\overline{\underline{III}}$ (I od prawej)

$M_g^{III}: \; B_y \cdot x_3$

$T^{III}: \; -B_y = -3qa$

$M_g^{III}(x_3 = 0) = 0$

$M_g^{III}(x_3 = a) = B_y \cdot a = 3qa^2$

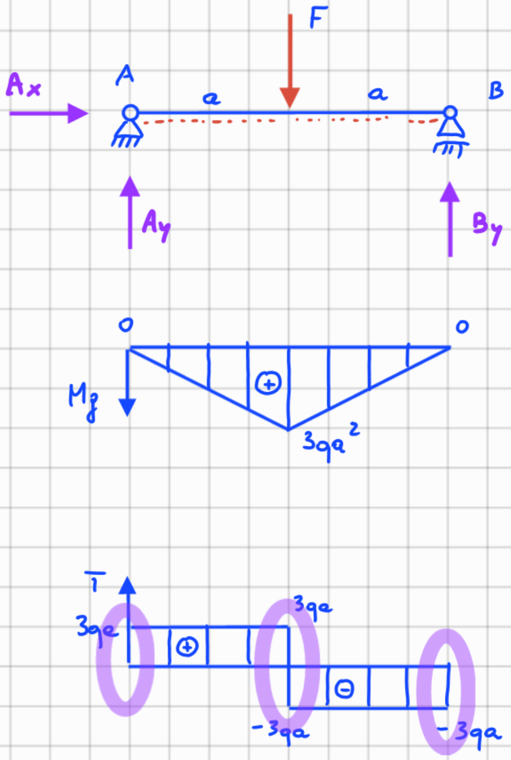
Przedział $\overline{\underline{IV}}$ (II od prawej)

$M_g^{IV}: \; B_y \cdot x_4 - F(x_4 - a)$

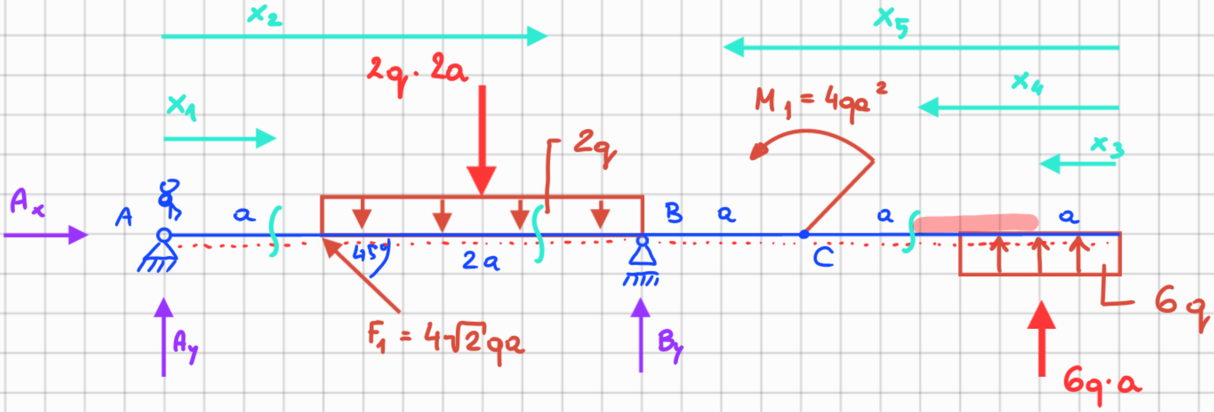
$T^{IV}: \; -B_y + F = -3qa + 6qa = 3qa$

$M_g^{IV}(x_4 = a) = B_y \cdot a = 3qa^2$

$M_g^{IV}(x_4 = 2a) = B_y \cdot 2a - F(2a - a) = 6qa^2 - 6qa^2 = 0$



punkt skokowej zmiany wartości siły tnącej o wartość siły skupionej działającej w tym punkcie



$\Sigma F_x: \; A_x - F_{1x} = 0 \qquad A_x = 4\sqrt{2}qa \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 4qa$

$\Sigma F_y: \; A_y + B_y + F_{1Y} \underbrace{- 4qa + 6qa}_{} = 0$

$\Sigma M^A: \; - F_{1Y} \cdot a + \underbrace{2q \cdot 2a}_{\text{siła}} \cdot \underbrace{2a}_{\text{ramię}} - B_y \cdot 3a - M_1 - 6qa \cdot 5{,}5a = 0$

$-4qa^2 + 8qa^2 - 4qa^2 - 33qa^2 = B_y \cdot 3a$

$B_y = -11qa$

$A_y = -2qa - 4qa + 11qa$

$A_y = 5qa$

Sprawdzenie:

$\Sigma M^C: \; A_y \cdot 4a + F_{1y} \cdot 3a - 2q \cdot 2a \cdot 2a + B_y \cdot a - M_1 - 6qa \cdot 1{,}5a = 0$

$20qa^2 + 12qa^2 - 8qa^2 - 11qa^2 - 4qa^2 - 9qa^2 = 0$

ok!

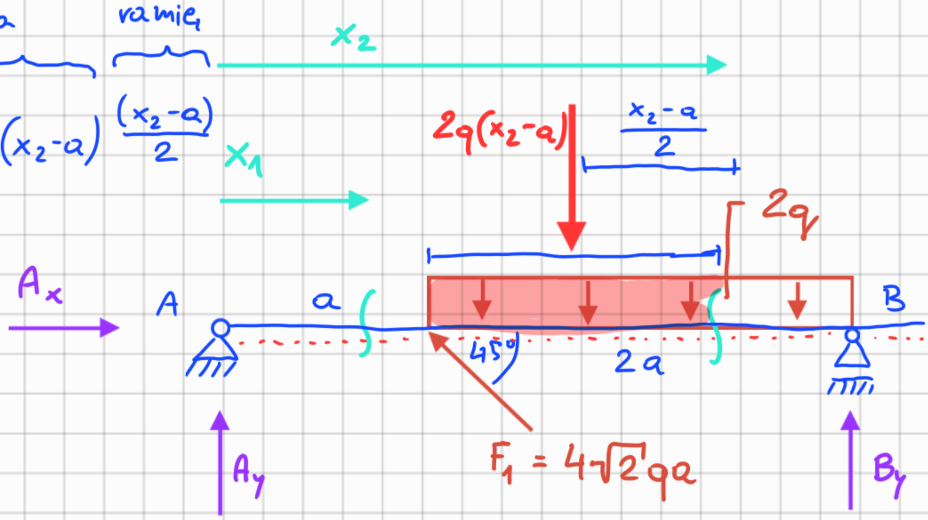
Przedział I

$Mg^I: \; A_y \cdot x_1 \qquad Mg^I(x_1 = 0) = 0 \qquad Mg^I(x_1 = a) = 5qa^2$

$T^I: \; A_y = 5qa$

Przedział II

$Mg^I: \; A_y \cdot x_2 + F_{1Y}(x_2 - a) - \underbrace{2q(x_2-a)}_{\text{siła}} \underbrace{\frac{(x_2-a)}{2}}_{\text{ramię}}$



$Mg^{II}: A_y \cdot x_2 + F_{1Y}(x_2 - a) - q(x_2-a)^2$

$Mg^{II}(x_2 = a) = 5qa^2$

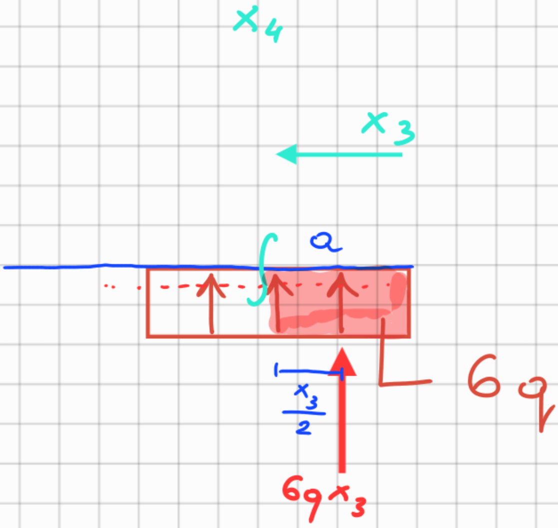
$Mg^{II}(x_2 = 3a) = 15qa^2 + 8qa^2 - 4qa^2 = 19qa^2$

$T^{II}: A_y + F_{1y} - 2q(x_2 - a)$

$T^{II}(x_2 = a) = 5qa + 4qa = 9qa$

$T^{II}(x_2 = 3a) = 5qa + 4qa - 4qa = 5qa$

Przedział $\underline{III}$ (od prawej strony)



$Mg^{III}: 6qx_3 \cdot \frac{x_3}{2} = 3qx_3^2$

$T^{III}: -6qx_3$

$Mg^{III}(x_3 = 0) = 0$

$Mg^{III}(x_3 = a) = 3qa^2$

$T^{III}(x_3 = 0) = 0$

$T^{III}(x_3 = a) = -6qa$

Przedział $\underline{IV}$ (od prawej)

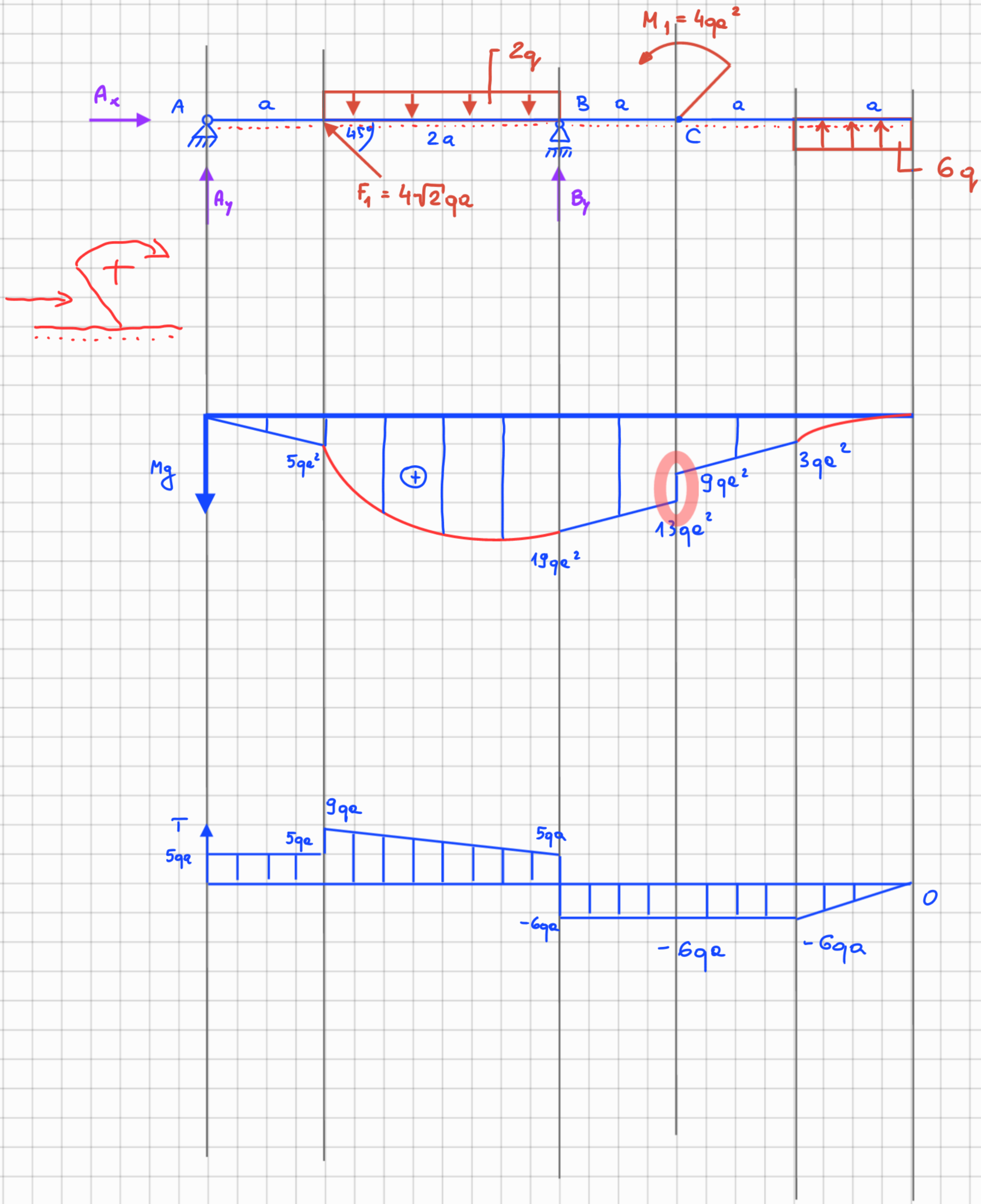
$Mg^{IV}: 6qa\left(x_4 - \frac{a}{2}\right)$ $\quad Mg^{IV}(x_4 = a) = 3qa^2$ $\quad Mg^{IV}(x_4 = 2a) = 9qa^2$

$T^{IV}: -6qa$

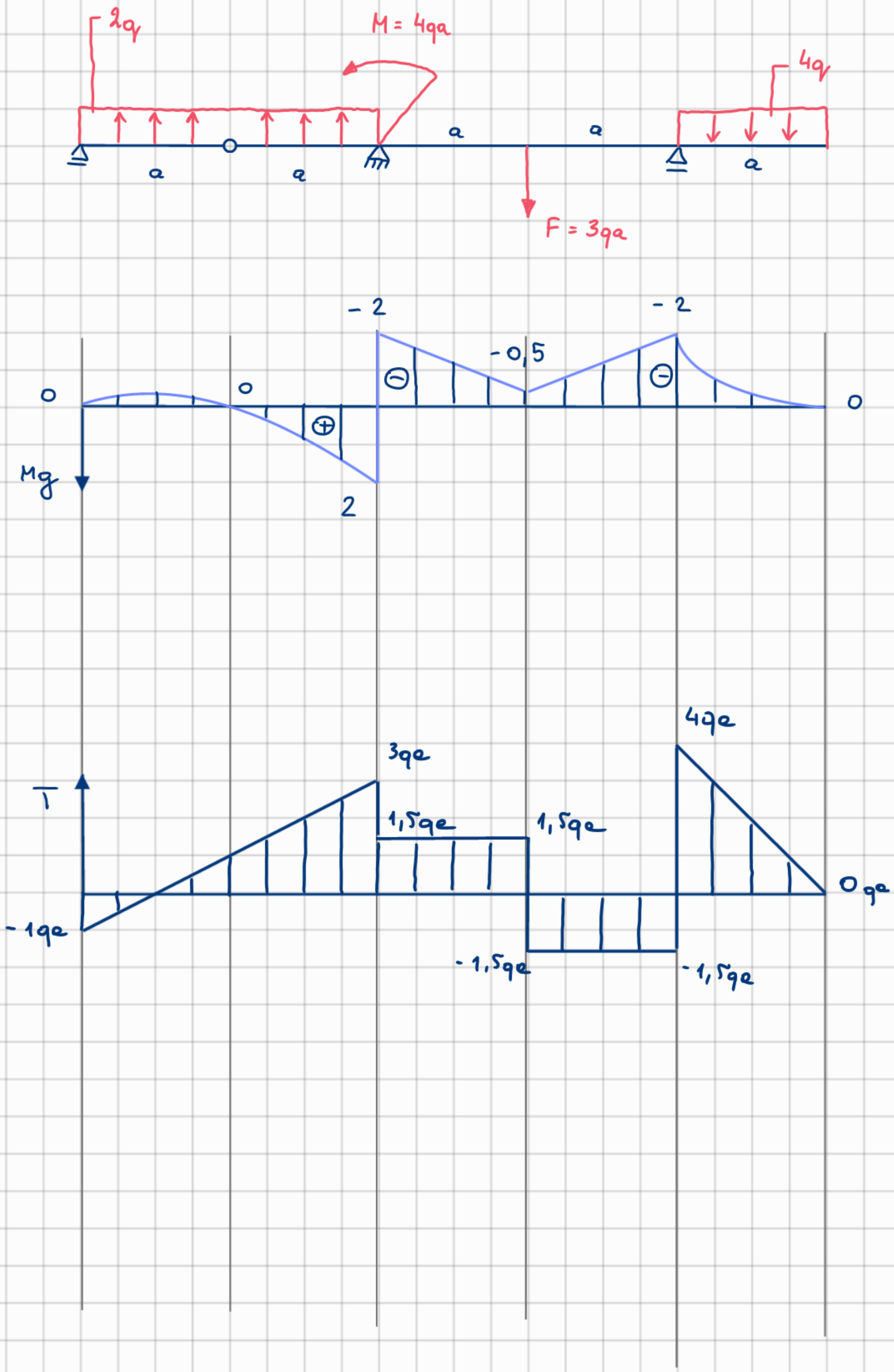
Przedział $\underline{V}$ (od prawej)

$Mg^{V}: 6qa\left(x_5 - \frac{a}{2}\right) + M_1$ $\quad Mg^{V}(x_5 = 2a) = 13qa^2$ $\quad Mg^{V}(x_5 = 3a) = 19qa^2$

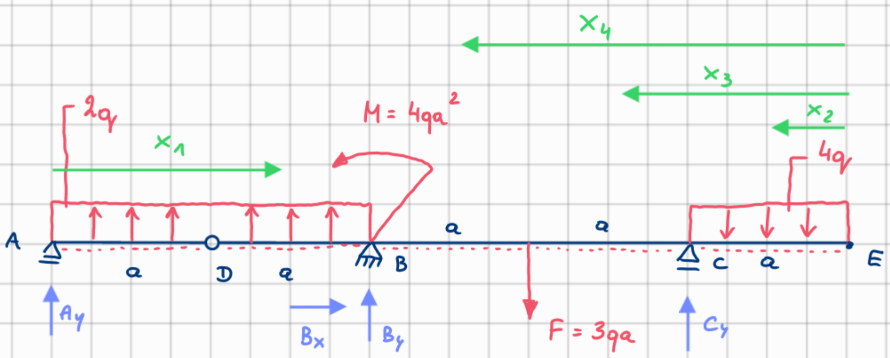
$T^{V}: -6qa$



$M_1 = 4qa^2$
$2q$
A_x
A
a
B
a
a
a
45°
2a
C
$6q$
A_y
$F_1 = 4\sqrt{2}qa$
B_y
M_f
$5qa^2$
⊕
$9qa^2$
$3qa^2$
$13qa^2$
$19qa^2$
T
$9qa$
$5qa$
$5qa$
$5qa$
0
$-6qa$
$-6qa$
$-6qa$



obliczenia są poniżej
a tu od razu
wykresy



1) $\Sigma F_x: \quad B_x = 0$

2) $\Sigma F_y: \quad A_y + B_y + C_y + 4qa - F - 4qa = 0$

3) $\Sigma M^{DL}: \quad A_y \cdot a + 2qa \cdot \frac{a}{2} = 0 \; / : a$

4) $\Sigma M^{B}: \quad A_y \cdot 2a + 4qa \cdot a - M + F \cdot a - C_y \cdot 2a + 4qa \cdot 2,5a = 0 \; / : a$

ad. 3) $A_y = -qa$

ad. 4) $2A_y + 4qa - 4qa + 3qa + 10qa = 2C_y$

$C_y = \frac{1}{2}(-2qa + 13qa)$

$C_y = 5,5qa$

ad. 2) $B_y = -A_y - C_y - 4qa + F + 4qa$

$B_y = qa - 5,5qa + 3qa$

$B_y = -1,5qa$

SPRAWDZENIE:

$\Sigma M^{E}: \quad A_y \cdot 5a + 4qa \cdot 4a + B_y \cdot 3a - M - F \cdot 2a + C_y \cdot a - 4qa \cdot \frac{a}{2} = 0 \; / : a$

$-5qa + 16qa - 4,5qa - 4qa - 6qa + 5,5qa - 2qa = 0$

$-21,5qa + 21,5qa = 0$ OK!

PRZEDZIAŁ I

$Mg^{I}: \quad A_y \cdot x_1 + 2qx_1 \cdot \frac{x_1}{2} = A_y x_1 + qx_1^2$

$T^{I}: \quad A_y + 2qx_1 \qquad T^{I}(x_1 = 0) = -qa \qquad T^{I}(x_1 = 2a) = -qa + 4qa = 3qa$

$Mg^{I}(x_1 = 0) = 0$

$Mg^{I}(x_1 = a) = -qa^2 + qa^2 = 0$

$Mg^{I}(x_1 = 2a) = -2qa^2 + 4qa^2 = 2qa^2$

PRZEDZIAŁ II (od prawej)

$Mg^{II}: -4qx_2 \cdot \frac{x_2}{2} = -2qx_2^2$

$T^{II}: 4qx_2$

$Mg^{II}(x_2=0)=0$

$Mg^{II}(x_2=a) = -2qa^2$

$T^{II}(x_2=0)=0$

$T^{II}(x_2=a)= 4qa$

PRZEDZIAŁ III (od prawej)

$Mg^{III}: -4qa\left(x_3-\frac{a}{2}\right) + C_y(x_3-a)$

$T^{III}: 4qa - C_y = 4qa - 5,5qa = -1,5qa$

$Mg^{III}(x_3=a) = -4qa \cdot \frac{a}{2} = -2qa^2$

$Mg^{III}(x_3=2a) = -4qa \cdot 1,5a + 5,5qa^2 = -0,5qa^2$

PRZEDZIAŁ IV (od prawej)

$Mg^{IV}: -4qa\left(x_4-\frac{a}{2}\right) + C_y(x_4-a) - F(x_4-2a)$

$T^{IV}: 4qa - C_y + F = 4qa - 5,5qa + 3qa = 1,5qa$

$Mg^{IV}(x_4=2a) = -4qa \cdot 1,5a + C_y a = -6qa^2 + 5,5qa^2 = -0,5qa^2$

$Mg^{IV}(x_4=3a) = -4qa \cdot 2,5a + C_y \cdot 2a - F \cdot a = -10qa^2 + 11qa^2 - 3qa^2 = -2qa^2$