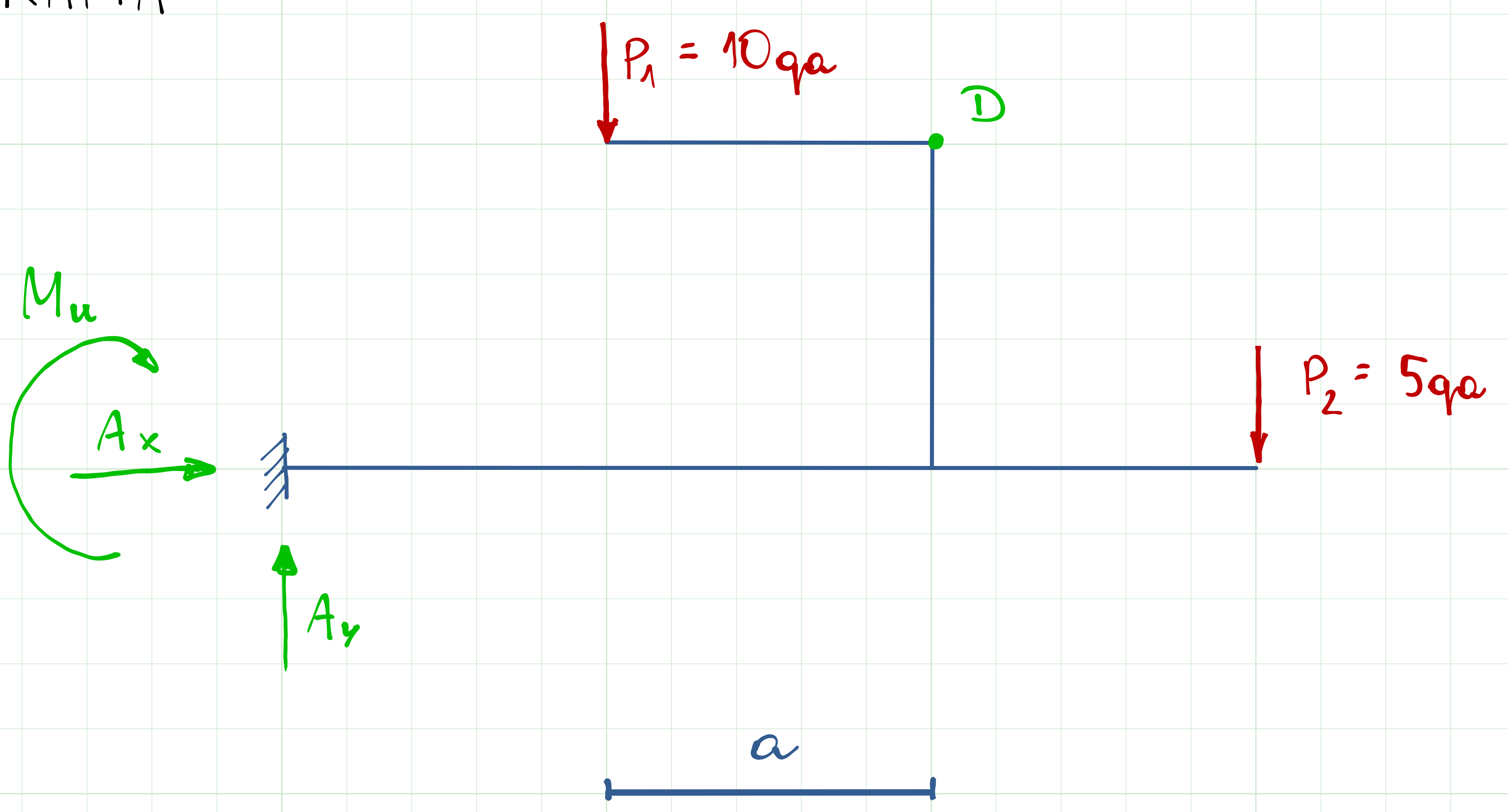
RAMA




Ramę jest utwierdzona w punkcie A zatem po oswobodzeniu z więzów w miejscu utwierdzenia znajdzie się moment utwierdzenia $M_u$ oraz reakcje $A_x$ i $A_y$.

Do wyznaczenia reakcji posłużymy się równaniami równowagi:

$\Sigma F_{ix}: \quad A_x = 0$

$\Sigma F_{iy}: \quad A_y - P_1 - P_2 = 0 \qquad\qquad A_y = P_1 + P_2 = 15qa$

$\Sigma M^A: \quad M_u + P_1 \cdot a + P_2 \cdot 3a = 0 \qquad\qquad M_u = -P_1 \cdot a - P_2 \cdot 3a$

$M_u = -10qa^2 - 15qa^2 = -25qa^2$

Zwrot reakcji $A_y$ przyjęliśmy prawidłowo, zwrot momentu $M_u$ przyjęto odwrotnie.

Można to zmienić, wraz ze zmianą znaku.

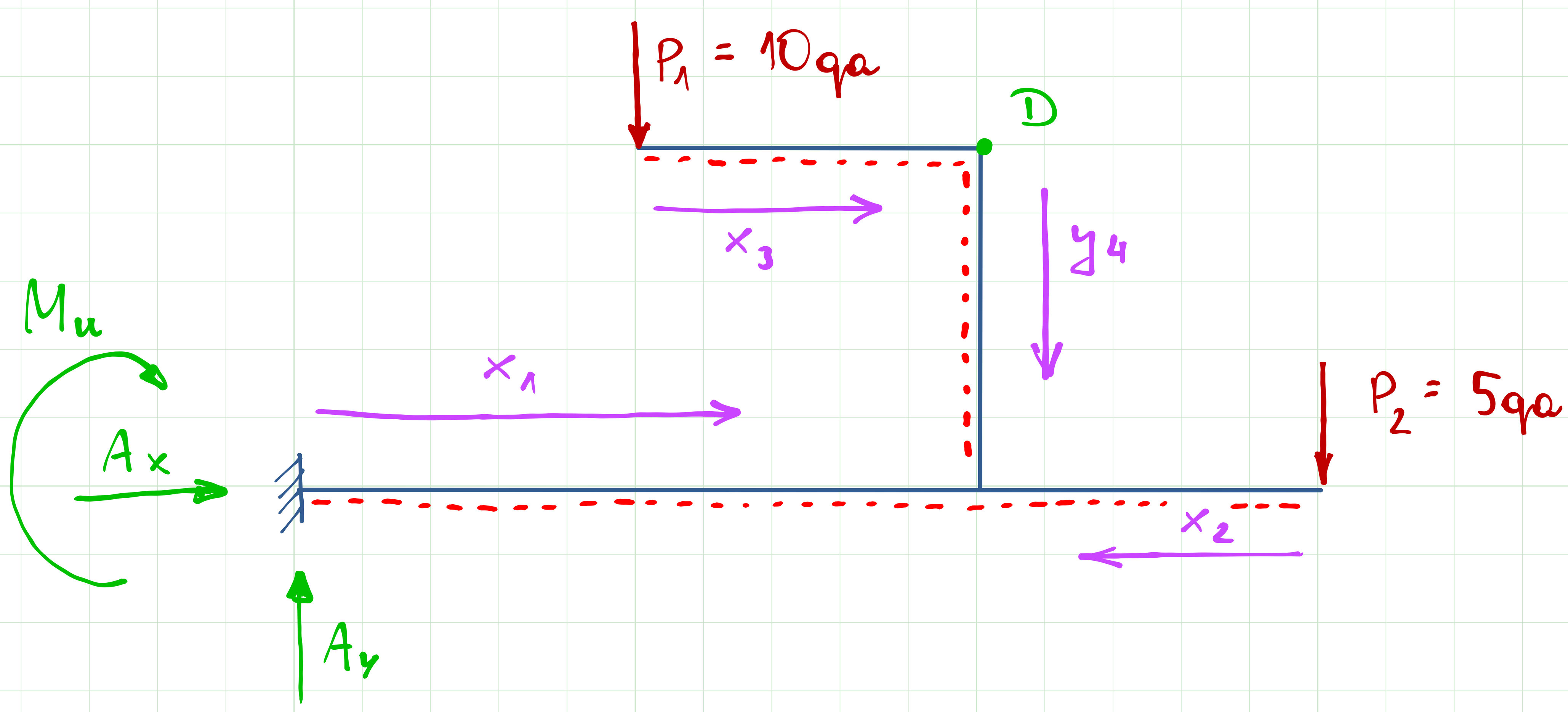
Uzyskane reakcji sprawdzimy:

$\Sigma M^D: \quad M_u + A_y \cdot 2a - P_1 \cdot a + P_2 \cdot a - A_x \cdot a = 0$

$-25qa^2 + 30qa^2 - 10qa^2 + 5qa^2 = 0$

$0 = 0$ OK! Reakcje wyznaczone prawidłowo.

Możemy przystąpić do wyznaczenia przedziałów w ramie i oznaczymy stronę rozciąganą prętów



Przedział I (rozciąga się od punktu utwierdzenia do pionowego pręta)

$$Mg^{I} = M_u + A_y \cdot x_1$$

$$Mg^{I}(x_1 = 0) = M_u = -25qa^2$$

$$Mg^{I}(x_1 = 2a) = -25qa^2 + 30qa^2 = 5qa^2$$

$$T^{I} = \frac{dMg}{dx} = A_y = 15qa$$

tu widzimy, że końce przedziałów I i II mają różnicę wartości momentu gnącego wynoszącą $10qa^2$

Przedział II (rozciąga się od siły $P_2$ do pionowego pręta)

$$Mg^{II} = -P_2 \cdot x_2$$

$$Mg^{II}(x_2 = 0) = 0$$

$$Mg^{II}(x_2 = a) = -5qa^2$$

$$T^{II} = P_2 = 5qa$$ (od prawej strony, więc zmieniam znak pochodnej momentu gnącego na przeciwny)

Przedział III (rozciąga się od siły $P_1$ do pionowego pręta)

$$Mg^{III} = -P_1 \cdot x_3$$

$$Mg^{III}(x_3 = 0) = 0$$

$$Mg^{III}(x_3 = a) = -10qa^2$$

$$T^{III} = -P_1 = -10qa$$

Pozostaje nam teraz przedział IV (pionowy pręt). Tu nastąpi kilka efektów związanych ze zmianą kierunku pręta:

- nastąpi przeniesienie wartości momentu gnącego o wartości równej tej jaka została uzyskana na końcu przedziału III
- siła $P_1$, która w przedziale III miała charakter siły tnącej, teraz przyjmuje rolę siły normalnej - będzie ściskać nasz pręt, więc przyjmiemy że jest ujemna

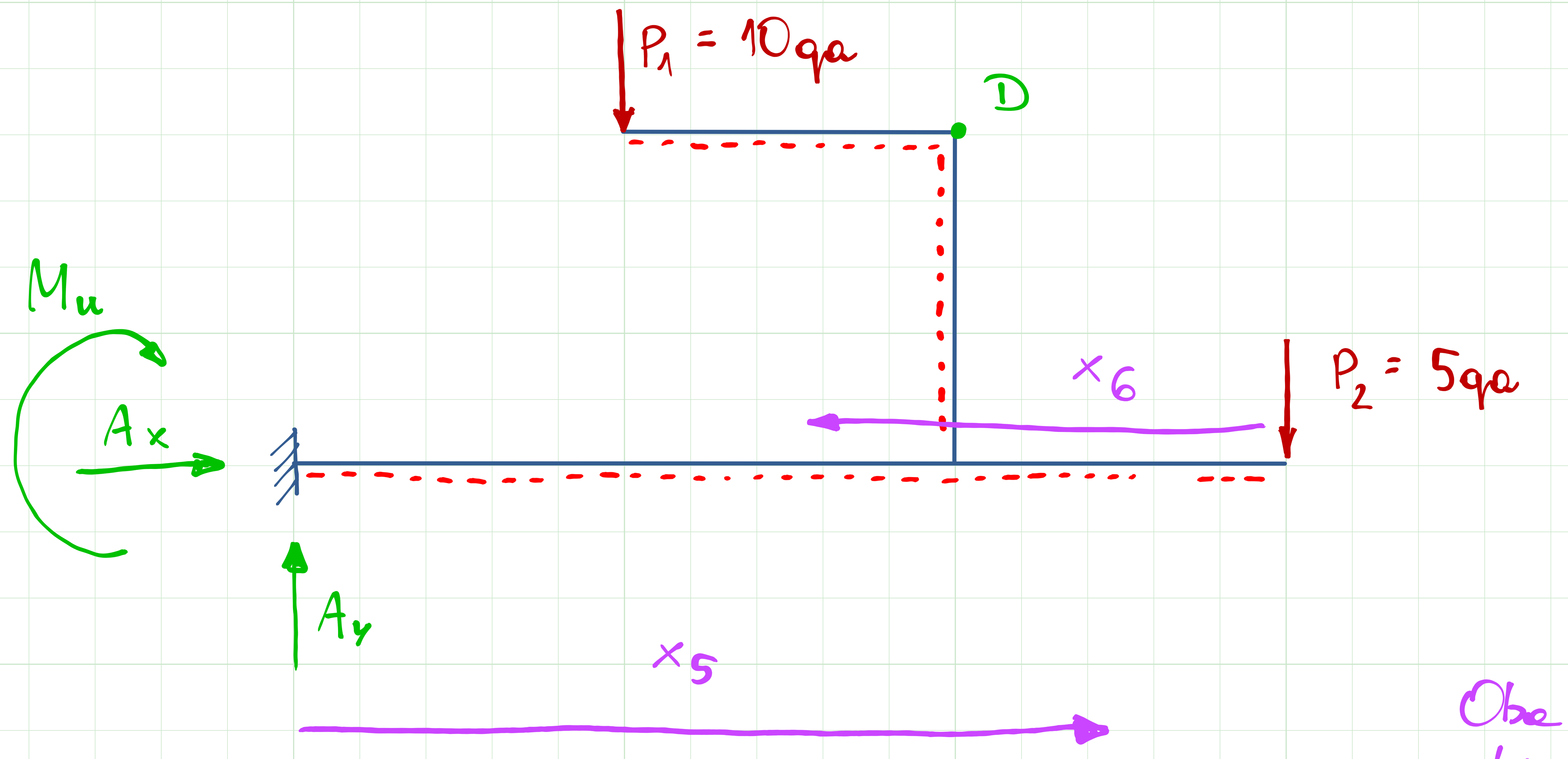
$$Mg^{IV} = Mg^{III}(x_3 = a) = -10qa^2$$ moment gnący będzie mieć wartość stałą

$$T^{IV} = 0$$

$$N^{IV} = -P_1 = -10qa$$

zauważmy, że wartość momentu na końcu przedziału IV nieprzypadkowo wynosi $|10qa^2|$

Teraz przeprowadzimy dodatkowe obliczenie, w których spróbujemy liczyć bardziej skomplikowane przedziały.

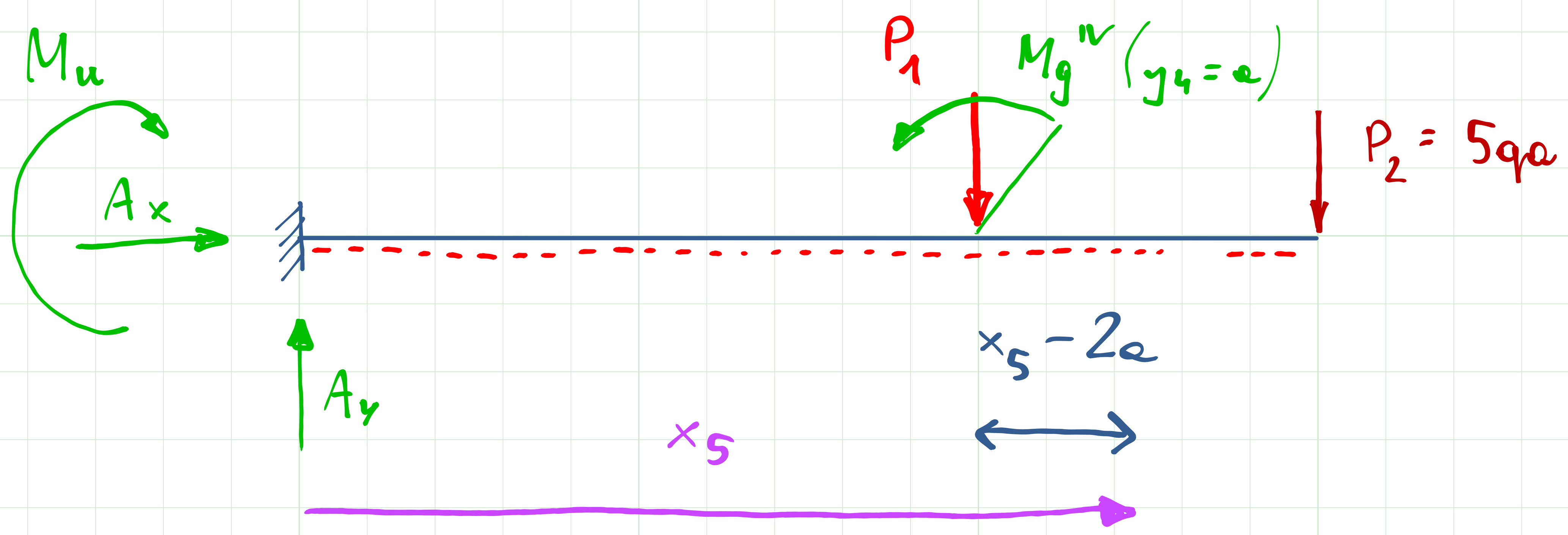



Obie przedziały biorą pod uwagę udział całej górnej gałęzi.

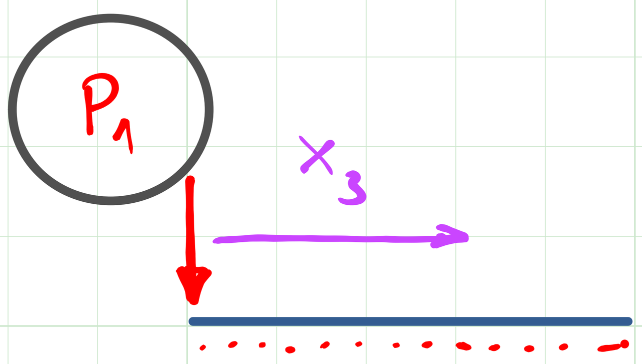
Przedział V – w tym przedziale weźmiemy pod uwagę zarówno przeniesienie momentu gnącego z przedziału IV jak i obecność siły normalnej $P_1$, które ponownie (jak w przedziale II) zyskuje charakter siły tnącej

$$Mg^{V} = M_u + A_y x_5 \underbrace{+ Mg^{IV}(y_4 = a)} - P_1 (x_5 - 2a)$$

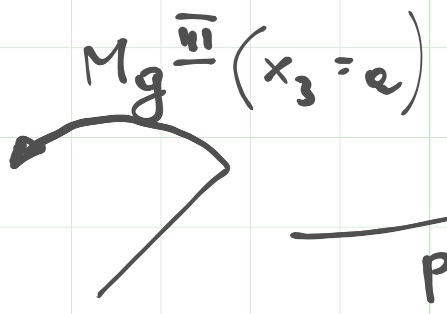
↳ piszemy +, ale pamiętamy, że ten moment jest dla nas ujemny



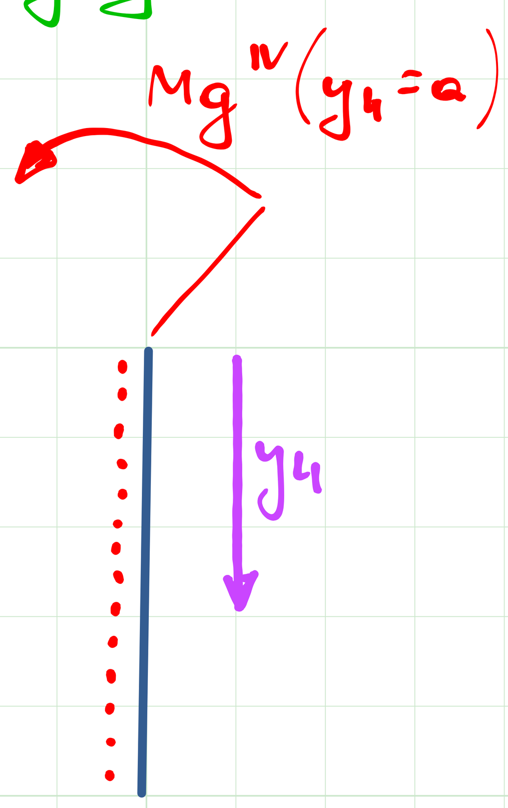

$Mg^{IV}(y_4 = a)$ – orientacja tego momentu wynika z tego, że pręt pionowy rozwiązywaliśmy od góry, ale przy przyjętej orientacji włókien rozciąganych i obrocie głowy o 90° w prawo, zobaczymy belkę

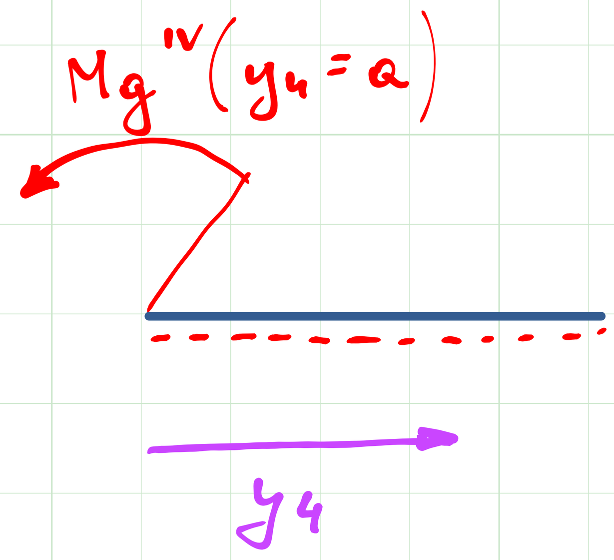



siła $P_1$ daje na końcu przedziału III moment o takiej orientacji




przeniesie się on do rozdziału IV i staje się momentem $Mg^{IV}(y_4=a)$ na jego końcu

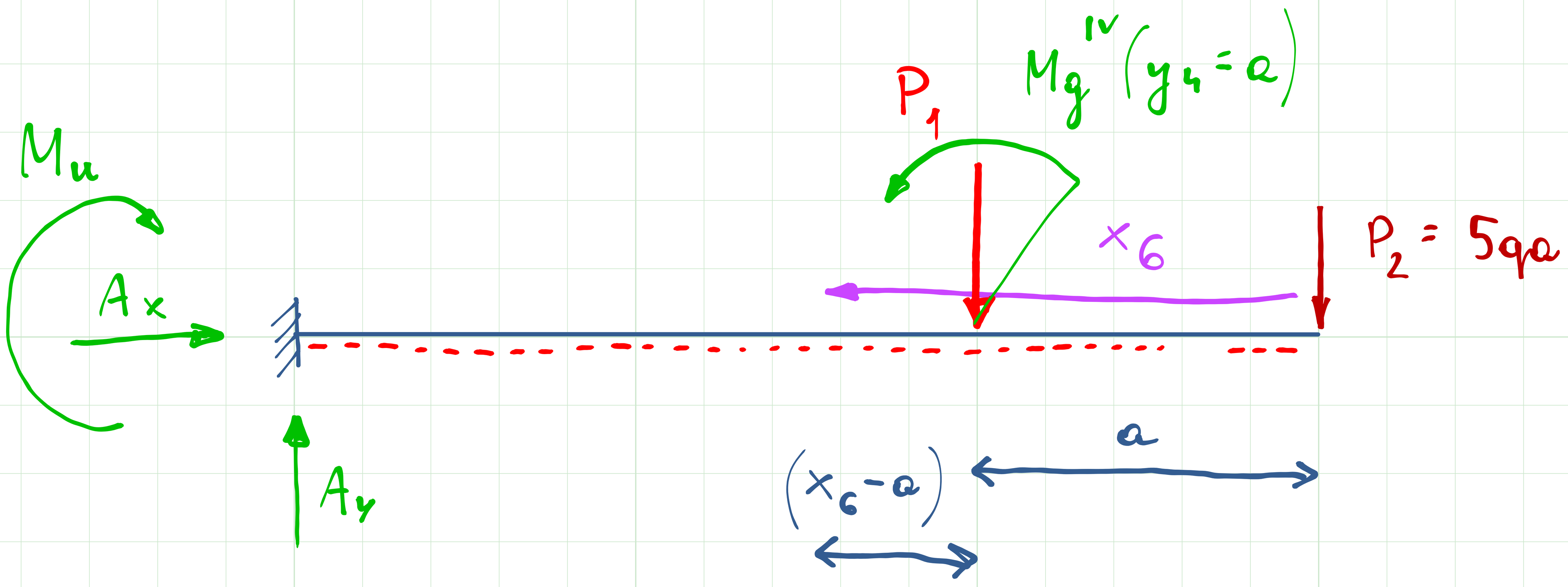


Jak zatem widzimy przedział $\overline{V}$ wzbogacony zostaje o dwie składowe pochodzące z górnej gałęzi ramy. Jej zredukowanie do momentu skupionego było oczywiste - następuje przecież przenoszenie momentu gnącego między przedziałami. Musimy jednak przy takiej redukcji pamiętać o udziale sił tnących i normalnych, które przy zmianie kierunku prętów będą zmieniać swój charakter.

Ramię dla siły $P_1$ wyznaczamy w taki sposób, jak w belce - siła działa od pewnego miejsca, w tym wypadku odległego o 2a od początku przedziału stąd ramię wynosi $(x_5 - 2a)$.

Przedział VI - udział momentu gnącego nie ulega zmianie - zmienia się jedynie interpretacja jego znaku, dla przyjętej strony z włóknami rozciąganymi będzie on interpretowany jako moment dodatni (przeciwnie niż w przedziale $\overline{V}$)




Analogicznie siła $P_1$ na ramieniu $(x_6 - a)$ zyskując charakter siły tnącej będzie tworzyć moment gnący.

$$Mg^{VI} = -P_2 \cdot x_6 - P_1(x_6 - a) + Mg^{IV}(y_4 = a)$$

Siły tnące w obu przedziałach policzymy analogicznie jak w belce

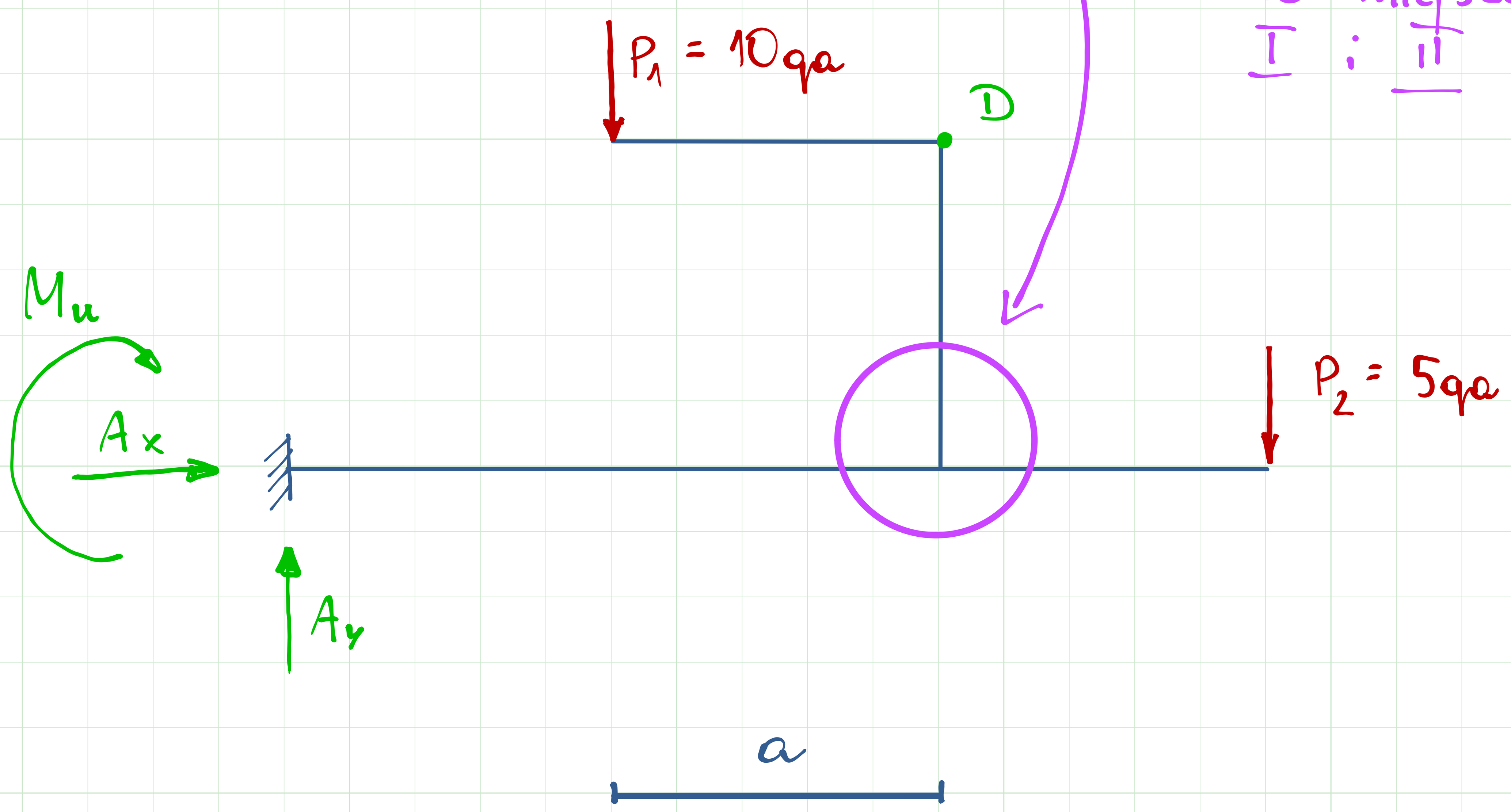
$$T^{\overline{V}} = A_y - P_1$$

$$T^{\overline{VI}} = P_2 + P_1$$

To, co warto zapamiętać:

- ramy, jak prezentowane, warto rozwiązywać ze wszystkich stron; analogicznie do belki - rozwiązywanie całości od jednej strony może prowadzić do powstawania długich i złożonych równań
- przy redukcji części ramy musimy pamiętać o siłach, które mogą zmienić swój charakter i z nieistotnej (z punktu widzenia momentu gnącego) siły normalnej stać się siłą tnącą
- w miejscach takich jak tu:

należy się spodziewać skoku wartości momentu gnącego, tak jak miało to miejsce na końcu przedziału I i II




- dodatkowym wyznacznikiem prawidłowo napisanego równania w przedziałach V i VI będzie sprawdzenie wartości na końcach przedziałów dla maksymalnej wartości ramienia

$$Mg^{V}(x_5 = 3a) = M_u + A_y \cdot 3a + Mg^{IV}(y_4 = a) - P_1(x_5 - 2a)$$
$$= -25qa^2 + 45qa^2 - 10qa^2 - 10qa^2 = 0$$

wszystko jest ok! na wolnym końcu $Mg = 0$

$$Mg^{VI}(x_6 = 3a) = -15qa^2 + 10qa^2 - 20qa^2 = -25qa^2$$

wszystko jest ok! na końcu mamy moment utwierdzenia o takiej wartości